Test 1 - Teoria dei Campi 2010

Discutere il path-integral della QCD in gauge assiale (nell'Euclideo)

$$n^\mu A_\mu^a = 0, \qquad a = 1, \ldots, 8, \tag{1}$$

dove n^μ e' un vettore assegnato. Derivare:

- regole di Feynman;
- identitaà di Ward.
- sono necessari i ghost? Commentare

Test 5 -Teoria dei Campi 2010

Considera una teoria di gauge abeliana scalare spontaneamente rotta.

a) scrivi la Lagrangiana nel gauge unitario, e deriva le regole di Feynman

b) deriva le regole di Feynman in R_ξ gauge introducendo il gauge-fixing per teorie spontaneamente rotte

c) Disegna i grafici a one-loop che contribuiscono alla polarizzazione del vuoto del campo di gauge. Contribuiscono i ghost?

d) Calcola la parte divergente di uno di questi grafici nel gauge di Feynman

Test 6 -Teoria dei Campi 2010

Discutere una teoria di gauge non-abeliana con gruppo $SU(2)$ e campo di Higgs nella rappresentazione aggiunta.

Descrivere il maggior numero possibile dei seguenti argomenti:

- la Lagrangiana, L'Hamiltoniana e le equazioni del moto;

- la rottura spontanea della simmetria $SU(2) \to U(1)$;

- i gradi di liberta' nella fase rotta in gauge unitaria;

- i corrispondenti diagrammi di Feynman.

- l'interazione a quattro Higgs ad albero e ad un loop

- impostare il calcolo del diagramma del loop dei W e stimare l'andamento a grandi energie;

- spiegare perche' questo modello non è adatto per le interazioni elettro-deboli.

Test 7 -Teoria dei Campi 2010

Studiare la rinormalizzazione della funzione d'onda della teoria $\lambda\phi^4$ mediante la regolarizzazione dimensionale.

Traccia:

– data la Lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 \tag{1}$$

– ricava le regole di Feynman

– calcola la funzione a due punti $\Gamma^{(2)}$ e mostra che il primo contributo non banale alla costante di rinormalizzazione Z_ϕ del campo ϕ e' all'ordine 2-loops

– usa la parametrizzazione di Feynman:

$$\frac{1}{a^\alpha b^\beta} = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 dx \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{(ax+b(1-x))^{\alpha+\beta}} \tag{2}$$

Test 48 -Teoria dei Campi II

Si consideri la teoria del campo scalare neutro ϕ a massa nulla in $2 < d \leq 4$ dimensioni con interazione ϕ^{2k},

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \phi\right)^2 - \frac{g_k}{2k!}\phi^{2k} \ , \tag{1}$$

nei casi $k = 2, 3, 4, \ldots$.

Si studi la teoria al primo ordine pertubativo non banale e si affronti il maggior numero possibile dei seguenti temi:

- l'impostazione della rinormalizzazione al primo ordine, ovvero i diagrammi di Feynman coinvolti, la loro divergenza, regolarizzazione e rinormalizzazione, estendendo l'analisi del caso $k = 2$;

- la forma qualitativa della funzione beta e del gruppo di rinormalizzazione in dimensioni $2 < d < 4$ per le teorie con $k = 2, 3, 4, \ldots$, ovvero indicare approssimativamente i punti fissi stabili ed instabili ed i flussi RG fra di loro al variare di d e k;

- nel caso $k = 3$ si calcolino le costanti di rinormalizzazione in regolarizzazione dimensionale e quindi le funzioni $\beta(g_3)$ e $\gamma(g_3)$ per $d = 3 - \varepsilon$.

Test 11 -Teoria dei Campi 2012

a) Riesprimere i termini di interazione trilineari e quartici tra bosoni vettori del Modello Standard in termini degli autostati di massa A_μ, Z_μ, $W^\pm_\mu$.

b) Sono possibili termini d'interazione del tipo $A^p Z^q$ con $p + q = 3, 4$?

c) Disegnare tutti i grafici di Feynman che, all'ordine più basso, contribuiscono al processo $W^+W^- \to W^+W^-$

d) Calcolare l'ampiezza del processo $W^+W^- \to W^+W^-$ nel limite di alta energia sostituendo ai $W^\pm$, i bosoni di Goldstone ad essi associati $\phi^\pm$ (usa il gauge di Feynman)

e) Calcolare la larghezza di decadimento $\Gamma(H \to W^+W^-)$ (supponendo $M_H > 2M_W$ e mostrare che nel limite $M_H >> M_W$ si riduce a $\Gamma(H \to \phi^+\phi^-)$ con $\phi^\pm$ i bosoni di Goldstone associati a $W^\pm$ (ciò significa che per $M_H >> M_W$, il decadimento $H \to W^+W^-$ è dominato da $H \to W^+_L W^-_L$, dove $W^\pm_L$ è la componente longitudinale di $W^\pm$, commentare su questo).

Test 12 -Teoria dei Campi 2012

Ricapitolare la rinormalizzazione della teoria $\lambda\phi^4$ a massa nulla,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 \ ,$$

in $d = 4$ al primo ordine perturbativo non-banale, utilizzando la regolarizzazione dimensionale: costanti di rinormalizzazione, funzione beta e dimensione anomala di ϕ.

Quindi calcolare la rinormalizzazione dell'operatore composto $:\phi^2:$ e calcolare la corrispondente dimensione anomala.

Suggerimento: considerare lo sviluppo perturbativo del correlatore

$$\Gamma^{(1,2)} = \frac{\langle :\phi^2: \phi\phi\rangle}{\langle\phi\phi\rangle^2} = Z_c \, \frac{\langle :\phi_o^2: \phi_o\phi_o\rangle}{\langle\phi_o\phi_o\rangle^2} \ ,$$

che definisce la costante di rinormalizzazione Z_c per $:\phi^2:$. Calcolare la corrispondente dimensione anomala al punto critico infrarosso in $d = 4 - \varepsilon$.

Se si ha tempo, verificare la compatibilità con la rinormalizzazione del correlatore

$$\langle :\phi^2: :\phi^2:\rangle \ .$$

Test 13 - Teoria dei Campi 2012

a) Ricapitolare il calcolo della funzione β in QED all'ordine one-loop

b) Aggiungere alla QED l'interazione minimale gauge invariante del fotone con un campo scalare carico soggetto al potenziale

$$V(\phi) = m^2 \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2 \tag{1}$$

c) Determinare la modifica alla funzione β_e in questa teoria al primo ordine perturbativo non-banale

d) (facoltativo) Determinare la funzione β_λ (si suggerisce di effettuare il calcolo in gauge di Lorentz con impulsi esterni nulli)

Test 14 - Teoria dei Campi 2013

Considera la QCD scalare, una teoria di campi scalari complessi che interagiscono con bosoni di gauge con invarianza locale $SU(3)$. Interazioni di questo tipo sono presenti in estensioni supersimmetriche del Modello Standard.

a) Scrivi la Lagrangiana assegnando i campi scalari alla rappresentazione R di $SU(3)$ con generatori T^a_R.

b) Deriva le regole di Feynman nel gauge $\partial^\mu A^a_\mu$=0 aggiungendo il termine di gauge-fixing per la R_ξ gauge.

c) Disegna i grafici a one-loop che contribuiscono alla polarizzazione del vuoto dei campi di gauge. Contribuiscono i ghost?

d Calcola la parte divergente della funzione a 2-punti dei campi di gauge nel gauge di Feynman all'ordine one-loop.

Test 18 -Teoria dei Campi

Scrivere la Lagrangiana rinormalizzabile piú generale per 2 campi scalari reali con simmetria di parità e di scambio $\phi_1 \leftrightarrow \phi_2$. Ricava le regole di Feynman

Rinormalizza la teoria al primo ordine perturbativo usando lo schema di sottrazione minimale

Calcola le funzioni β per i due accoppiamenti dei termini quartici nei campi

Discuti le simmetrie della teoria al variare di questi due accoppiamenti e ricava il comportamento asintotico nel limite di massima simmetria

Commenta il risultato

Test 38 -Teoria dei Campi II

Si consideri la Lagrangiana più generale, rinormalizzabile in $d = 4$, per un campo scalare reale ϕ auto-interagente ed un campo spinoriale ψ con interazione di tipo pseudoscalare con ϕ. Si derivino le regole di Feynman e si svolga il maggior numero possibile dei seguenti quesiti:

– Calcolare le self-energie di ψ e di ϕ al primo ordine perturbativo non-banale e derivare i relativi controtermini nello schema di rinormalizzazione minimale;

– Calcolare le correzioni ai vertici $\phi\bar{\psi}\gamma_5\psi$ e ϕ^4 al primo ordine perturbativo non-banale e derivare i relativi controtermini nello schema di rinormalizazzione minimale;

– Detta y_5 la costante di accoppiamento del vertice $\phi\bar{\psi}\gamma_5\psi$, derivarne il *running* al primo ordine perturbativo non-banale e commentare l'andamento ad alte energie.

Test 28 -Teoria dei Campi

Si studi la teoria di campo con flusso del gruppo di rinormalizzazione determinato dalla seguente beta-function

$$\mu \frac{dg}{d\mu} = \beta(g), \qquad \beta(g) = -g\left(\varepsilon^2 - g^2\right) + O(g^4)$$

con μ l'energia del punto di rinormalizzazione ed $\varepsilon \ll 1$ una constante positiva.

- Si risolva l'equazione di flusso e si discutano le fasi della teoria.

- Si discuta la validità di questi risultati nell'approssimazione perturbativa $g \ll 1$.

- Si risolva l'equazione di Callan-Symanzik per il correlatore $\langle \phi(x)\phi(0) \rangle$ del campo ϕ con dimensione canonica uno e dimensione anomala data da

$$\gamma(g) = -\frac{g}{2} + O(g^2).$$

- Si discuta il comportamento della funzione di correlazione nelle varie fasi della teoria.

- Si discuta il limite $\varepsilon \to 0$.

Test 25 -Teoria dei Campi 2016

– Scrivere la Lagrangiana $\mathcal{L}_s$ per il campo scalare del Modello Standard

– Mostrare che, spengendo le interazioni di gauge, $\mathcal{L}_s$ é invariante sotto $O(4)$ ed é anche equivalente alla Lagrangiana del modello-σ $SU(2) \times SU(2)$

– Dopo la rottura spontanea della simmetria, scrivere $\mathcal{L}_s$ in termini di $\vec{\pi}$ (bosoni di Goldstone) e H (campo di Higgs) e calcolare le ampiezze di scattering: $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$, $\pi^+\pi^- \to zz$, $zz \to zz$ con $\pi^+ = (\pi^1 - i\pi^2)/\sqrt{2}$, $\pi^- = (\pi^1 + i\pi^2)/\sqrt{2}$, $z = \pi^3$ (sempre in assenza di interazioni di gauge)

– Calcolare l'ampiezza $W_L W_L \to W_L W_L$ (dove W_L è la componente longitudinale del bosone W del Modello Standard) nel limite di alta energia: $s >> M_W^2$, e confrontarla con l'ampiezza $\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-$ calcolata precedentemente. Commenta il risultato.

– Facoltativo: Utilizza il risultato per l'ampiezza $W_L W_L \to W_L W_L$ per derivare il limite di unitarietà di Lee-Quigg-Thacker $m_H^2 < 4\pi\sqrt{2}/G_F$ (consulta l'articolo di Lee-Quigg-Thacker Phys. Rev. D16 (1977) 1519 (http://inspirehep.net/record/119348/files/fermilab-pub-77-030-T.pdf)

Test 26 -Teoria dei Campi 2015/16

Considerare la teoria $\lambda\phi^3$ in $d = 6$ dimensioni,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi\right)^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2 - \frac{\lambda}{3!}\phi^3 \ . \tag{1}$$

Determinare:

- i diagrammi di Feynman;

- i diagrammi divergenti al primo ordine perturbativo non-banale;

- la rinormalizzazione nel caso $m = 0$;

Sempre nel limite $m = 0$ ed al primo ordine perturbativo, determinare il maggior numero possibile delle seguenti quantità:

- le costanti di rinormalizzazione utilizzando la regolarizzazione dimensionale;

- la funzione $\beta(\lambda)$ della teoria in $d = 6 - \varepsilon$ ed il flusso del gruppo di rinormalizzazione;

- l'equazione di Callan-Symanzik per la funzione a due punti del campo ϕ e la sua soluzione (in $d = 6 - \varepsilon$)

Test 30 -Teoria dei Campi 2016

Considerare il modello σ non-lineare in $d = 4$ dimensioni,

$$\mathcal{L}_{\mathrm{nl}\sigma} = \frac{1}{2g} \left(\partial_\mu n^a\right)^2 \ , \tag{1}$$

dove il vettore n^a ha quattro componenti, $a = 1, \ldots, 4$, e descrive una sfera tridimensionale, $\sum_{a=1}^{4} (n^a)^2 = v^2$.

Discutere il maggior numero possibile dei seguenti argomenti:

- le simmetrie del modello;

- la relazione con la teoria scalare $\lambda\phi^4$ di un campo doppietto complesso $\phi = \binom{\phi_1}{\phi_2}$ nella fase spontanemente rotta,

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2} \left|\partial_\mu \phi\right|^2 - \frac{\lambda}{4!} \left(|\phi|^2 - v^2\right)^2 \ , \tag{2}$$

- lo sviluppo perturbativo di $\mathcal{L}_{\mathrm{nl}\sigma}$ intorno alla configurazione $\langle n^a \rangle = v\delta_1^a$ e i diagrammi di Feynman;

- le divergenze al primo ordine perturbativo non-banale;

- la rinormalizzabilità della serie perturbativa in $d = 4$.

- la forma qualitativa del diagramma delle fasi della teoria in $2 < d < 4$, ovvero l'andamento dei flussi RG della costante d'accoppiamento g.